

Série 3 – Cinématiques des fluides

Exercice N°1

Dans un écoulement 1D, la vitesse en un point est donnée dans le système Eulérien par : $u = x + t$. Déterminer le déplacement d'une particule fluide qui a sa position initiale x_0 à l'instant initial t_0 dans le système lagrangien.

Exercice N°2

On considère l'écoulement défini en variables d'Euler par :

$$u = \omega^2 y t, \quad v = \omega^2 x t, \quad w = \omega z$$

où ω est non nul.

1. Cet écoulement est-il stationnaire, incompressible, irrotationnel ?
2. Existe-il un potentiel des vitesses ϕ ? Si oui, le déterminer.

Exercice N°3

Le champ de vitesse dans un milieu fluide est donné par :

$$\vec{U} = 3x y^2 \vec{i} + 2x y \vec{j} + (2z y + 3t) \vec{k}$$

Déterminer les amplitudes et directions de (i) la vitesse de translation, (ii) la vitesse rotationnelle et (iii) le vecteur tourbillon d'un élément fluide au point de coordonnées (1,2,1) et au temps $t = 3$ s.

Exercice N°4

Le champ de vitesse d'un fluide est exprimé par $v_x = kx$, $v_y = -ky$ et $v_z = 0$; k est une constante positive.

- a. L'écoulement est-il stationnaire ?
- b. Déterminer et dessiner quelques lignes de courant, en indiquant la direction de l'écoulement.
- c. Indiquer trois situations expérimentales différentes conduisant à ces lignes de courant.

Exercice N°5

Le champ de vitesse pour un écoulement bidimensionnel et stationnaire est donné par :

$$\vec{U} = \frac{U_0}{l} (x \vec{i} - y \vec{j}) = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} \text{ où } U_0 \text{ et } l \text{ sont des constantes.}$$

1. Où dans l'écoulement la vitesse est-elle égale à U_0 ? Représenter le champ de vitesse dans le 1^{er} quadrant ($x \geq 0, y \geq 0$) en dessinant les flèches représentant la vitesse du fluide à des localisations bien précises.
2. Déterminer les lignes de courant pour cet écoulement.
3. Déterminer le champ d'accélération pour cet écoulement.

Exercice N°6

Le réservoir cylindrique de la figure est rempli d'un liquide parfait incompressible. Les conduites sont cylindriques, de diamètre $D_1 = 5 \text{ cm}$ et $D_2 = 7 \text{ cm}$.

- a. Déterminer une expression de dh/dt en fonction des débits Q_1, Q_2, Q_3 et du diamètre D du réservoir.
- b. Si h est constant, trouver la vitesse v_2 si $v_1 = 3 \text{ m/s}$ et $Q_3 = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$.

